Лекции по матлогу

Зайцев Вадим

2010-03-30

0.0.1 Предложение (ПВТ - правильно вычислимые на Тьюринге)

1. $O(x) = 0$
2. $S(x) = x + 1$
3. $J_n^m(x_1, ..., x_m) = x_m$

0.0.2 Предложение

$$\left.\begin{array}{l} f(x_1, ..., x_m) \\ g_1(x_1, ..., x_m) \\ g_n(x_1, ..., x_m) \end{array}\right\} \text{ПВТ}$$

$h(x_1, ..., x_m) = f(g_1(x_1, ..., x_m), ..., g_n(x_1, ..., x_m))$ - ПВТ.
$F, G_1, ..., G_n$ - ПВТ $f, g_1, ..., g_n$
$0q_1 1^{x_1+1} 0 1^{x_2+1} 0 ... 1^{x_m+1} 0 \overset{K_m}{\Rightarrow} 0q_2 q^{x_1+1} ...$
В общем:
$(K_m \cdot \text{Б}_m^+ \cdot G_1 \cdot \text{Б}_m^- \cdot \text{Ц} \cdot \text{Б}^+)$
$(K_m \cdot \text{Б}_m^+ \cdot G_2 \cdot \text{Б}_m^- \cdot \text{Ц} \cdot \text{Б}^+)$
$\vdots$
$(K_m \cdot \text{Б}_m^+ \cdot G_{n-1} \cdot \text{Б}_m^- \cdot \text{Ц} \cdot \text{Б}^+)$
$G_n \cdot \text{Б}_{n-1}^- \cdot F$

0.0.3 Предложение

$$\begin{array}{l} g(x_1, ..., x_n) \\ h(x_1, ..., x_n, y, z) \end{array} \left\{ \text{ПВТ} \right.$$

0.0.4 Предложение

Если $g(x_1, ..., x_n)$ - ПВТ, то $f(x_1, ..., x_n) = \mu y[g(x_1, ..., x_n) = 0]$ - ПВТ.

0.0.5 Теорема

Мно-ва ЧРФ $\subseteq$ ПВТ.

0.0.6 Теорема

$\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists! n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$, где p_i - i-е простое число.

0.0.7 Определение

Пусть $(a_1, ..., a_n) \in \{0, 1\}^n$, тогда $\gamma(a_1, ..., a_n) = 2 \cdot p_2^{a_1} \cdot ... \cdot p_n^{a_n} \quad p_2 = 3, p_3 = 5 \dots$

0.0.8 Предложение

$A \fallingdotseq \{\gamma(s) \mid s \in \{0, 1\}^n\}$, тогда X_A - ПРФ. $X_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$.

0.0.9 Предложение

Следующие ф-ии являются ПРФ:

1. $L(n,a) = \begin{cases} \gamma(a\alpha), & n = \gamma(\alpha),\ a =\in \{0,1\} \\ 0, & \text{в пр. случае} \end{cases}$

2. $R(n,a) = \begin{cases} \gamma(\alpha a), & n = \gamma(\alpha),\ a \in \{0,1\} \\ 0, & \text{в пр. случае} \end{cases}$

3. $L(n) = \begin{cases} 2, & n = 2 = \gamma(\varnothing) \\ \gamma(\alpha), & n = \gamma(a\alpha) \\ 0, & \text{в пр. случае} \end{cases}$

4. $R(n) = \begin{cases} 2, & n = 2 = \gamma(\varnothing) \\ \gamma(\alpha), & n = \gamma(\alpha a) \\ 0, & \text{в пр. случае} \end{cases}$

5. $xy = \begin{cases} \gamma(\alpha\beta), & x = \gamma(\alpha),\ y = \gamma(\beta) \\ 0, & \text{в пр. случае} \end{cases}$

6. $M(x) = \begin{cases} a+1, & x = \gamma(a\alpha) \\ 0, \text{в пр. случае} \end{cases}$

7. $K(x) = \begin{cases} a+1, & x = \gamma(\alpha a) \\ 0, \text{в пр. случае} \end{cases}$

0.0.10 Определение

$\alpha q_i j \beta$ - машинное слово, $\alpha, \beta \in \{0,1\}^k$, $\quad j \in \{0,1\}$.
$\gamma(\alpha q_i j \beta) = 2^2 \cdot 3^i \cdot 5^j \cdot 7^{\gamma(\alpha)} \cdot 11^{\gamma(\beta)}$

0.0.11 Предложение

$B \leftrightharpoons \{\gamma(s) \mid s - \text{машинне слово}\}$, $\quad X_B$ - ПРФ.

0.0.12 Замечание

$A \cap B = \varnothing$.

0.0.13 некоторая важная теорема

0.0.14 Следствие

ВТ $\subseteq$ ЧРФ

0.0.15 Следствие (основаня теорема о вычислимых функциях)

ЧРФ = ВТ = ПВТ

0.0.16 Тезис Ч...

Каждая интуитивно-вычислимая функция является ЧРФ и каждая ЧРФ является интуитивно-вычислимой (т.е. существует некоторая формализованная запись фукции).